Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Secção de Álgebra e Análise

ÁLGEBRA LINEAR A

TESTE 1 – 23 DE OUTUBRO DE 2003 – 16:10-17H

Instruções

- **Não abra este caderno** de teste antes de ser anunciado o início da prova.
- Preencha os seus dados na parte de baixo desta folha.
- Cada um dos quatro problemas vale 5 pontos. A cotação do problema (4) é igualmente repartida pelas suas alíneas.
- Apresente e justifique todos os cálculos.
- Não é permitida a utilização de quaisquer elementos de consulta nem de máquinas calculadoras. É permitida a utilização de papel de rascunho.
- **A revisão de provas** é na 5ª feira, 30 de Outubro, 17h-18h, na sala de dúvidas.
- Boa sorte!

Para a correcção

pergunta	classificação
(1)	
(2)	
(3)	
(4)(a)	
(4)(b)	
(4)(c)	
(4)(d)	
(4)(e)	
total	

Nº:

Curso: ________________

Nome: ____

(1) Determine a solução geral do sistema

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} x_1 & +x_2 & -x_3 & +2x_4 & = & 2 \\ & -x_2 & -x_3 & & = & -1 \\ x_1 & +x_2 & +x_3 & +2x_4 & = & 4 \end{array}\right.$$

(2) Calcule o núcleo e a imagem da transformação linear

$$T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2 , \qquad T \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ 2x + z \end{bmatrix}$$

(3) Para que escolhas do parâmetro k é que a seguinte matriz é invertível?

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & k & 2 \end{bmatrix}$$

(4) Indique, justificadamente (com breves argumentos ou contra-exemplos), se cada uma das seguintes afirmações é verdadeira ou falsa. *Não é atribuída qualquer cotação ao simples assinalar do correcto valor lógico da afirmação.*

(a) A transformação $T\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x-y \\ y-x \end{bmatrix}$ é linear.

Verdadeira ☐ Falsa ☐

(b) Há uma matriz A tal que $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$.

Verdadeira ☐ Falsa ☐

(c) Há um número real k para o qual a matriz $\begin{bmatrix} k-1 & 2 \\ -2 & k+1 \end{bmatrix}$ não é invertível.

Verdadeira ☐ Falsa ☐

(d) Se a matriz A^2 é invertível, então A também tem que ser invertível.

Verdadeira ☐ Falsa ☐

(e) Se uma matriz quadrada A satisfaz $A^2 = 0$, então a matriz $\mathrm{Id} + A$ é necessariamente invertível.

Verdadeira ☐ Falsa ☐