Matemática Computacional

2^{o} semestre de 2003/2004 - LEGI e LERCI

Exercícios de Programação

1. Calcule no *Mathematica* e comente os resultados:
(a) $\sqrt{7}$; **(b)** $\sqrt{7.0}$; **(c)** $\sqrt{14406}$; **(d)** $\cos\frac{\pi}{6}$; **(e)** $\cos\frac{\pi}{8}$;
(f) $5(8-\frac{3}{2})$; **(g)** $\frac{110\sqrt{405}}{630}$ **(h)** $4\pi+e$ **(i)** $4.3-2\sqrt{5}$.

2. Determine aproximações com 30 casas decimais de precisão para
(a) $\frac{36856321}{17754197}$; **(b)** e; **(c)** $-\frac{1-\sqrt{5}}{2}$; **(d)** $\cos 3$; **(e)** $\sqrt{37}$.

3. Usando os comandos `Solve` ou `NSolve` resolva as equações:
(a) $1+4x+x^2+x^3=0$; **(b)** $x^8=3$;
(c) $1+4x+x^2-10x^3-4x^4+8x^5=0$;
(d) $1+4x+x^2+10x^3-4x^4+8x^5=0$;
(e) $3+3x-7x^2-x^3+2x^4+3x^7-3x^8-x^9+x^{10}=0$.

4. Seja A a matriz 6×6 definida por $a_{ij}=i+j$, $i,j=1,...,6$, e seja $B=A+I$, onde I é a matriz identidade.
(a) Calcule $\det A$ e $\det B$.
(b) Resolva o sistema linear $Bx=b$, em que b é dado por $b_i=1$, $i=1,...5$, e $b_6=0$.

5. Apresente o gráfico das seguintes funções, nos intervalos referidos:
(a) $\sin(x+\log_2(|3x|))$, $x\in[-\pi,\pi]$; **(b)** e^{-x^2}, $x\in[-3,3]$;
(c) $2-5x+5x^3-2x^4$, $x\in[-2,3]$.

6. Considere a função $f(x):=e^{\sqrt{x^2-x+1}}\cos(4x)$.
(a) Apresente o gráfico de f no intervalo $[-2,2]$.
(b) Usando o comando `FindRoot`, encontre os máximos, mínimos e pontos de inflexão de f no intervalo $[-2,2]$.
(c) Obtenha o polinómio de Taylor de grau 5, em torno de $x_0=1$, de f. Compare este polinómio com a função f, através de um gráfico sobreposto.

7. Um número perfeito é igual à soma dos seus divisores próprios. Por exemplo, 6 e 28 são números perfeitos.
(a) Recorrendo ao comando `Divisors`, construa uma função que determina se um número inteiro é perfeito ou não. Aplique a vários exemplos.

(b) Defina uma função que devolva todos os números perfeitos encontrados numa lista de inteiros.

(c) Determine todos os números perfeitos entre 1 e 10 000.

8. A sucessão de Fibonacci $(0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...)$ é definida da seguinte forma: começa com os termos 0 e 1 e cada termo sucessor é a soma dos dois termos precedentes.

Escreva uma função que calcula o $n-$ésimo número de Fibonacci

(a) de forma recursiva;

(b) de forma iterativa;

(c) de forma iterativa, mas retornado um valor de ponto flutuante.

Compare a eficiência das três funções, recorrendo à função `Fibbonaci` e ao comando `Timing`.