

## 2º Teste de Matemática Computacional

LEGI e LERCI - 2º Semestre 2003/2004

1. Considere o sistema não linear

$$\begin{cases} 2xy + xz + yz = -3 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 6 \\ xyz = 2 \end{cases}.$$

Ao efectuar uma iteração do método de Newton para resolver este sistema somos conduzidos a um sistema linear. Mostre que se  $[x^{(0)} \ y^{(0)} \ z^{(0)}]^T = [1 \ 4 \ 0]^T$  esse sistema linear é da forma

$$\begin{bmatrix} 8 & 2 & 5 \\ 2 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \mathbf{d} = \mathbf{b}$$

e calcule o vector  $\mathbf{b}$ .

2. A execução no *Mathematica* de

```
g[x_] := Exp[x^2];  
Expand[InterpolatingPolynomial[{{0, g[0]}, {1, g[1]}, {0.75, g[0.75]}, {0.25, g[0.25]}}, x]]
```

produziu o seguinte output

$$1 + 0.220758x - 0.300670x^2 + 1.79819x^3 \quad (1)$$

(a) Usando o polinómio (1) calcule um valor aproximado de  $e^{0.64}$ .

(b) Sabendo que  $|g^{(4)}(x)| \leq 207$ , para todo o  $x \in [0, 1]$ , obtenha um majorante do erro da aproximação calculada na alínea anterior.

3. Seja  $I := \int_0^1 \sin(x^2) dx$ .

(a) Calcule um valor aproximado de  $I$  usando a regra dos trapézios com subintervalos de comprimento 0.25.

(b) Quantos subintervalos seria necessário considerar na regra dos trapézios composta de modo a garantir um erro absoluto inferior a  $10^{-5}$  na aproximação de  $I$ ?

(c) Mostre que  $I$  pode ser calculado através da solução do problema de valor inicial

$$\begin{cases} u'(x) = \sin(x^2), & \text{em } [0, 1], \\ u(0) = 0. \end{cases} \quad (2)$$

(d) Obtenha um valor aproximado de  $I$  aplicando o método de Heun com  $h = 0.25$  ao problema (2).