11^{a} aula prática de Análise Numérica II

1^{o} semestre de 2002/2003

1. Considere o seguinte problema de valor inicial

$$\begin{cases} u'(x) = 1 + \sin(xu(x)), \quad x \in [0,1], \\ u(0) = 0 \end{cases}$$

(a) Determine o passo $h = \frac{1}{N}$ para o método de Taylor de ordem 2 de modo que o erro global verifique

$$\max_{0 \leq n \leq N} |u(x_n) - u_n| \leq 10^{-6}.$$

Compare com o valor obtido para o método de Euler e comente.

(b) Tome $h = 0.2$ e obtenha um valor aproximado de $u(1)$ pelo método de Heun.

2. Estude o método de Euler modificado

$$u_{j+1} = u_j + h\left[f(x_j + \frac{h}{2}, u_j + \frac{h}{2}f(x_j, u_j))\right]$$

quanto à consistência, convergência e ordem.

3. **(a)** Verifique os coeficientes do método de Adams-Bashforth com 2 passos

$$u_{j+1} = u_j + \frac{h}{2}\left[3f_j - f_{j-1}\right].$$

(b) Verifique os coeficientes do método de Adams-Moulton com 2 passos

$$u_{j+1} = u_j + \frac{h}{12}\left[5f_{j+1} + 8f_j - f_{j-1}\right].$$

4. Considere o par predictor corrector

$$u_{j+1}^{(0)} = u_j + hf(x_j, u_j) \tag{1}$$

$$u_{j+1}^{(k)} = u_j + \frac{h}{2}\left[f(x_j, u_j) + f(x_{j+1}, u_{j+1}^{(k-1)})\right], \quad k = 1, 2, ..., \quad j = 0, ..., N-1 \tag{2}$$

e a equação diferencial do exercício (1).

(a) Para que valores de h se pode garantir que a iteração (2) é convergente?

(b) Faça $h = 0.05$ para obter uma aproximação de $u(0.1)$. Páre a iteração (2) quando a diferença em módulo entre duas iteradas consecutivas não exceder 0.0005.

5. Considere o método linear com 2 passos

$$u_{j+1} = 4u_j - 3u_{j-1} - 2hf_{j-1}.$$

(a) Mostre que o método é consistente.

(b) Aplique o método à equação diferencial $u'(x) = u(x)$ com $u(0) = 1$ e conclua quanto à sua convergência.