

5ª aula prática de Análise Numérica II

1º semestre de 2002/2003

1. Considere a seguinte tabela

x	1.0	1.2	1.5	1.6
y	5.44	6.64	8.96	9.91

(a) Obtenha o polinómio do primeiro grau que melhor se ajusta, no sentido dos mínimos quadrados, aos pontos tabelados.

(b) Idem, para o polinómio do segundo grau.

(c) Relativamente aos dois casos anteriores, calcule o valor das somas dos quadrados dos desvios correspondentes aos ajustamentos efectuados. Qual seria o valor dessa soma, no caso de se fazer o ajustamento por um polinómio do terceiro grau?

2. Pretende-se encontrar a função da forma $g(x) = a \exp(x) + b \exp(-x)$ que melhor aproxima a função $f(x) := \exp(x/2)$ no intervalo $[-2, 2]$.

(a) Para determinar a e b utilize o método dos mínimos quadrados, considerando os pontos $-2, -1, 0, 1, 2$.

(b) Determine a e b de modo que $\sum_{k=-2}^2 (1 - 0.25|k|)|f(k) - g(k)|^2 dx$ seja mínimo.

(c) Determine a e b de modo que $\int_{-2}^2 |f(x) - g(x)|^2 dx$ seja mínimo.

3. Considere a tabela

x_i	0	1	2	3
y_i	0.5	-1	-0.5	-2

Mostre que

$$\sum_{i=0}^3 \left[y_i + ax_i \sin\left(\frac{\pi x_i}{2}\right) + b \cos\left(\frac{\pi x_i}{2}\right) \right]^2 \geq 2.5, \quad \forall a, b \in \mathbb{R}.$$

4. Pretende-se aproximar a tabela de pontos dada no exercício 1 por uma função do tipo $g(x) = a \exp(bx)$.

(a) Escreva o sistema de equações não lineares que a e b devem verificar.

(b) Efectue uma transformação de variáveis de forma a obter uma função ajustadora pelo método dos mínimos quadrados (linear).

(c) Comente o processo de aproximação da alínea anterior relativamente aos erros.