

Análise Numérica II
Licenciatura em Matemática Aplicada e Computação
1º Trabalho computacional - 2004/05

Trabalho 11

1. Considere os valores de uma função f e das suas derivadas nos pontos x_1 e x_2 .

Dados os valores $f(x_1), f'(x_1), \dots, f^{(m_1)}(x_1)$, e $f(x_2), f'(x_2), \dots, f^{(m_2)}(x_2)$, construa um programa em Mathematica que devolva o polinómio interpolador de Hermite. Ou seja, defina uma função `InterpHermite` tal que `InterpHermite[v1,v2,x]` devolve o valor do polinómio interpolador (de menor grau) no ponto x .

As listas v_j são da forma $v_j = \{x_j, f_j, f'_j, \dots, f_j^{(m_j)}\}$. Apresente resultados para:

- (i) $v_1 = \{-\pi, 0, -1, 0, 1, 0\}, v_2 = \{\pi, 0, -1, 0, 1, 0\}$, considerando $f(x) = \sin(x)$,
- (ii) $v_1 = \{1, 0, 1, -1, 2\}, v_2 = \{e, 1, e^{-1}, -e^{-2}, 2e^{-3}\}$, considerando $f(x) = \log(x)$,
- (iii) dois outros exemplos.

a) Em cada exemplo, apresente o polinómio na forma canónica e gráficos do polinómio em $[x_1, x_2]$.

b) Em 3 dos 4 exemplos apresente um gráfico com o valor do erro, e um majorante do erro absoluto pela estimativa teórica, no intervalo $[x_1, x_2]$. Comente a aproximação fora deste intervalo.

2. Pretende-se encontrar uma trajectória descrita pelo gráfico de um polinómio p_6 de grau ≤ 6 tal que:

- (i) o gráfico intersecte os pontos $(1, -1), (2, -1), (3, 1), (4, 1)$;
- (ii) a derivada seja nula nos pontos de abcissa 2 e 3, ou seja $p'(2) = p'(3) = 0$;
- (iii) a curvatura é também nula no ponto de abcissa 3, ou seja $p''(3) = 0$.

a) Apresente o polinómio p_6 na forma canónica e o seu gráfico em $[1, 4]$.

b) Determine uma aproximação dos zeros, do máximo e do mínimo de p_6 , no intervalo $[1, 4]$. *Nota: para encontrar as raízes implemente o método de Newton.*