

Análise Numérica II  
Licenciatura em Matemática Aplicada e Computação  
1º Trabalho computacional - 2004/05

Trabalho 12

1. Considere os valores de uma função  $g$  e das suas derivadas nos pontos  $z_0$  e  $z_1$ .

Dados os valores  $g(z_0), g'(z_0), \dots, g^{(m_0)}(z_0)$ , e  $g(z_1), g'(z_1), \dots, g^{(m_1)}(z_1)$ , construa um programa em Mathematica que devolva o polinómio interpolador de Hermite. Ou seja, defina uma função `InterpHermite` tal que `InterpHermite[v1,v2,x]` devolve o valor do polinómio interpolador (de menor grau) no ponto  $x$ .

As listas  $v_j$  são da forma  $v_j = \{z_j, g_j, g'_j, \dots, g_j^{(m_j)}\}$ . Apresente resultados para:

- (i)  $v_1 = \{0, 1, 1, 1, 1\}, v_2 = \{1, e, e, e, e\}$ , considerando  $g(x) = \exp(x)$ ,
- (ii)  $v_1 = \{-\pi, 0, -1, 0, 1, 0\}, v_2 = \{\pi, 0, -1, 0, 1, 0\}$ , considerando  $g(x) = \sin(x)$ ,
- (iii) dois outros exemplos.

a) Em cada exemplo, apresente o polinómio na forma canónica e gráficos do polinómio em  $[z_0, z_1]$ .

b) Em 3 dos 4 exemplos apresente um gráfico com o valor do erro, e um majorante do erro absoluto pela estimativa teórica, no intervalo  $[z_0, z_1]$ . Comente a aproximação fora deste intervalo.

2. Pretende-se encontrar uma trajectória descrita pelo gráfico de um polinómio  $p_6$  de grau  $\leq 6$  tal que:

- (i) o gráfico intersecte os pontos  $(-1, 0), (0, -1), (1, 1), (2, 0)$ ;
- (ii) a derivada seja nula nos pontos de abcissa 0 e 1, ou seja  $p'(0) = p'(1) = 0$ ;
- (iii) a curvatura é também nula no ponto de abcissa 0, ou seja  $p''(0) = 0$ .

a) Apresente o polinómio  $p_6$  na forma canónica e o seu gráfico em  $[-1, 2]$ .

b) Determine uma aproximação dos zeros, do máximo e do mínimo de  $p_6$ , no intervalo  $[-1, 2]$ . *Nota: para encontrar as raízes implemente o método da secante.*