

Análise Numérica II
Licenciatura em Matemática Aplicada e Computação
1º Trabalho computacional - 2004/05

Trabalho 13

1. Considere os valores de uma função F e das suas derivadas nos pontos t_0 e t_1 .

Dados os valores $F(t_0), F'(t_0), \dots, F^{(m_0)}(t_0)$, e $F(t_1), F'(t_1), \dots, F^{(m_1)}(t_1)$, construa um programa em Mathematica que devolva o polinómio interpolador de Hermite. Ou seja, defina uma função `InterpHermite` tal que `InterpHermite[v1,v2,x]` devolve o valor do polinómio interpolador (de menor grau) no ponto x .

As listas v_j são da forma $v_j = \{t_j, F_j, F'_j, \dots, F_j^{(m_j)}\}$. Apresente resultados para:

(i) $v_1 = \{-1, -\frac{\pi}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\}$, $v_2 = \{1, \frac{\pi}{4}, \frac{1}{2}, \frac{-1}{2}, \frac{1}{2}, 0\}$, considerando $F(t) = \arctan(t)$,

(ii) $v_1 = \{0, 1, 1, 1, 1\}$, $v_2 = \{1, e, e, e, e\}$, considerando $F(t) = \exp(t)$,

(iii) dois outros exemplos.

a) Em cada exemplo, apresente o polinómio na forma canónica e gráficos do polinómio em $[t_0, t_1]$.

b) Em 3 dos 4 exemplos apresente um gráfico com o valor do erro, e um majorante do erro absoluto pela estimativa teórica, no intervalo $[t_0, t_1]$. Comente a aproximação fora deste intervalo.

2. Pretende-se encontrar uma trajectória descrita pelo gráfico de um polinómio p_6 de grau ≤ 6 tal que:

(i) o gráfico intersecte os pontos $(-1, 0)$, $(0, -1)$, $(1, 1)$, $(2, 0)$;

(ii) a derivada seja nula nos pontos de abcissa -1 e 0, ou seja $p'(-1) = p'(0) = 0$;

(iii) a curvatura é também nula no ponto de abcissa -1, ou seja $p''(-1) = 0$.

a) Apresente o polinómio p_6 na forma canónica e o seu gráfico em $[-1, 2]$.

b) Determine uma aproximação dos zeros, do máximo e do mínimo de p_6 , no intervalo $[-1, 2]$. Nota: para encontrar as raízes implemente o método da secante.