

Análise Numérica II  
Licenciatura em Matemática Aplicada e Computação  
1º Trabalho computacional - 2004/05

Trabalho 14

1. Considere os valores de uma função  $f$  e das suas derivadas nos pontos  $t_0$  e  $t_1$ .

Dados os valores  $f(t_0), f'(t_0), \dots, f^{(m_0)}(t_0)$ , e  $f(t_1), f'(t_1), \dots, f^{(m_1)}(t_1)$ , construa um programa em Mathematica que devolva o polinómio interpolador de Hermite. Ou seja, defina uma função InterpHermite tal que InterpHermite[v<sub>1</sub>,v<sub>2</sub>,x] devolva o valor do polinómio interpolador (de menor grau) no ponto  $x$ .

As listas  $v_j$  são da forma  $v_j = \{t_j, f_j, f'_j, \dots, f_j^{(m_j)}\}$ . Apresente resultados para:

(i)  $v_1 = \{-\pi, 0, -1, 0, 1, 0\}, v_2 = \{\pi, 0, -1, 0, 1, 0\}$ , considerando  $f(t) = \sin(t)$ ,

(ii)  $v_1 = \{1, 1, \frac{1}{2}, \frac{-1}{4}, \frac{3}{8}\}, v_2 = \{2, 2, \frac{1}{2\sqrt{2}}, \frac{-1}{8\sqrt{2}}, \frac{3}{32\sqrt{2}}\}$ , considerando  $f(t) = \sqrt{t}$ ,

(iii) dois outros exemplos.

a) Em cada exemplo, apresente o polinómio na forma canónica e gráficos do polinómio em  $[t_0, t_1]$ .

b) Em 3 dos 4 exemplos apresente um gráfico com o valor do erro, e um majorante do erro absoluto pela estimativa teórica, no intervalo  $[t_0, t_1]$ . Comente a aproximação fora deste intervalo.

2. Pretende-se encontrar uma trajectória descrita pelo gráfico de um polinómio  $q_6$  de grau  $\leq 6$  tal que:

(i) o gráfico intersecte os pontos  $(-1, 0), (0, -1), (1, 1), (2, 0)$ ;

(ii) a derivada seja nula nos pontos de abcissa -1 e 2, ou seja  $q'(-1) = q'(2) = 0$ ;

(iii) a curvatura é também nula no ponto de abcissa -1, ou seja  $q''(-1) = 0$ .

a) Apresente o polinómio  $q_6$  na forma canónica e o seu gráfico em  $[-1, 2]$ .

b) Determine uma aproximação dos zeros, do máximo e do mínimo de  $q_6$ , no intervalo  $[-1, 2]$ . Nota: para encontrar as raízes implemente o método da secante.