

Análise Numérica II
Licenciatura em Matemática Aplicada e Computação
1º Trabalho computacional - 2004/05

Trabalho 15

1. Considere os valores de uma função g e das suas derivadas nos pontos z_0 e z_1 .

Dados os valores $g(z_0), g'(z_0), \dots, g^{(m_0)}(z_0)$, e $g(z_1), g'(z_1), \dots, g^{(m_1)}(z_1)$, construa um programa em Mathematica que devolva o polinómio interpolador de Hermite. Ou seja, defina uma função `InterpHermite` tal que `InterpHermite[v1,v2,x]` devolve o valor do polinómio interpolador (de menor grau) no ponto x .

As listas v_j são da forma $v_j = \{z_j, g_j, g'_j, \dots, g_j^{(m_j)}\}$. Apresente resultados para:

(i) $v_1 = \{0, 1, 0, -1, 0, 1\}, v_2 = \{\pi, -1, 0, 1, 0, -1\}$, considerando $g(z) = \cos(z)$,

(ii) $v_1 = \{0, 1, 1, 1, 1\}, v_2 = \{1, e, e, e, e\}$, considerando $g(z) = \exp(z)$,

(iii) dois outros exemplos.

a) Em cada exemplo, apresente o polinómio na forma canónica e gráficos do polinómio em $[z_0, z_1]$.

b) Em 3 dos 4 exemplos apresente um gráfico com o valor do erro, e um majorante do erro absoluto pela estimativa teórica, no intervalo $[z_0, z_1]$. Comente a aproximação fora deste intervalo.

2. Pretende-se encontrar uma trajectória descrita pelo gráfico de um polinómio p_6 de grau ≤ 6 tal que:

(i) o gráfico intersecte os pontos $(-2, 0), (0, -1), (1, 1), (2, 0)$;

(ii) a derivada seja 1 nos pontos de abcissa -2 e 1, ou seja $p'(-2) = p'(1) = 1$;

(iii) a curvatura é nula no ponto de abcissa -2, ou seja $p''(-2) = 0$.

a) Apresente o polinómio p_6 na forma canónica e o seu gráfico em $[-2, 2]$.

b) Determine uma aproximação dos zeros, do máximo e do mínimo de p_6 , no intervalo $[-2, 2]$. *Nota: para encontrar as raízes implemente o método de Newton.*