

Análise Numérica II
Licenciatura em Matemática Aplicada e Computação
1º Trabalho computacional - 2004/05

Trabalho 16

1. Considere os valores de uma função f e das suas derivadas nos pontos t_0 e t_1 .

Dados os valores $f(t_0), f'(t_0), \dots, f^{(m_0)}(t_0)$, e $f(t_1), f'(t_1), \dots, f^{(m_1)}(t_1)$, construa um programa em Mathematica que devolva o polinómio interpolador de Hermite. Ou seja, defina uma função InterpHermite tal que InterpHermite[v₁,v₂,x] devolva o valor do polinómio interpolador (de menor grau) no ponto x .

As listas v_j são da forma $v_j = \{t_j, f_j, f'_j, \dots, f_j^{(m_j)}\}$. Apresente resultados para:

- (i) $v_1 = \{0, 1, 1, 1, 1\}, v_2 = \{1, e, e, e, e\}$, considerando $f(t) = \exp(t)$,
- (ii) $v_1 = \{1, 1, \frac{1}{2}, \frac{-1}{4}, \frac{3}{8}\}, v_2 = \{2, 2, \frac{1}{2\sqrt{2}}, \frac{-1}{8\sqrt{2}}, \frac{3}{32\sqrt{2}}\}$, considerando $f(t) = \sqrt{t}$,
- (iii) dois outros exemplos.

a) Em cada exemplo, apresente o polinómio na forma canónica e gráficos do polinómio em $[t_0, t_1]$.

b) Em 3 dos 4 exemplos apresente um gráfico com o valor do erro, e um majorante do erro absoluto pela estimativa teórica, no intervalo $[t_0, t_1]$. Comente a aproximação fora deste intervalo.

2. Pretende-se encontrar uma trajectória descrita pelo gráfico de um polinómio q_6 de grau ≤ 6 tal que:

- (i) o gráfico intersekte os pontos $(-2, 0), (-1, -1), (0, 1), (1, 0)$;
- (ii) a derivada seja nula nos pontos de abcissa -2 e -1, ou seja $q'(-2) = q'(-1) = 0$;
- (iii) a curvatura é também nula no ponto de abcissa -2, ou seja $q''(-2) = 0$.

a) Apresente o polinómio q_6 na forma canónica e o seu gráfico em $[-2, 1]$.

b) Determine uma aproximação dos zeros, do máximo e do mínimo de q_6 , no intervalo $[-2, 1]$. Nota: para encontrar as raízes implemente o método de Newton.