

Análise Numérica II
Licenciatura em Matemática Aplicada e Computação
2º Trabalho computacional - 2004/05
Trabalho para todos os grupos

1. Construa duas funções SpLinear e SpCubico, em *Mathematica*, de tal forma que, dada uma lista de pontos

$$L = \{\{x_0, f_0\}, \dots, \{x_n, f_n\}\}$$

se tenha:

- (i) o valor SpLinear[L,x] a devolver o valor em x do Spline linear interpolador da lista L.
- (ii) o valor SpCubico[L,x] a devolver o valor em x do Spline cúbico interpolador da lista L.

Apresente e comente alguns resultados gráficos considerando splines para os seguintes casos:

- a) splines cúbicos para uma lista com 5 ou 6 pontos escolhidos.
- b) splines lineares e cúbicos para duas listas (geradas pelos valores de uma função) em pontos igualmente espaçados, num certo intervalo. Apresente um gráfico de erro e a estimativa teórica.
- c) o exemplo de Runge com 21 nós no intervalo [-5,5]. Compare o erro da aproximação com splines cúbicos face à interpolação polinomial com nós de Chebyshev (que deve implementar).

2. Construa rotinas em *Mathematica* de tal forma que, dada uma lista de valores

$$L = \{f_0, \dots, f_{n-1}\}$$

devolva a Transformação de Fourier Discreta e a sua Inversa, através de TrFourier[L] e InvTrFourier[L].

a) Efectue os seguintes passos:

i) considere uma lista de valores $F = \{f_0, \dots, f_{n-1}\}$ associada a uma função f previamente escolhida, na lista de nós $X = \{x_0, \dots, x_{n-1}\}$ (escolha $n \geq 100$ pontos).

ii) adicione a essa lista F uma lista A (com o mesmo comprimento), com valores aleatórios em $]-M, M[$ (M escolhido); $P = F + A$ corresponde a uma perturbação dos valores correctos em F, com o ruído aleatório de A. Apresente graficamente os splines lineares para as listas F e P.

iii) considere a lista $G[r] = \frac{1}{2r+1} \{g_0, \dots, g_{n-1}\}$, para valores de r escolhidos, de tal forma que $g_k = 0$, excepto para

$$\begin{aligned} g_0 &= 1, \\ g_1 &= \dots = g_r = 1, \\ g_{n-1} &= \dots = g_{n-r} = 1, \end{aligned}$$

iv) apresente a parte real da lista $R = \text{InvTrFourier}[\text{TrFourier}[P] * \text{TrFourier}[G[r]]]$ e compare graficamente com a lista F, considerando diferentes valores de r .

b) Considere os valores da lista P associados aos nós na lista X. Obtenha a melhor aproximação no sentido dos mínimos quadrados discretos, para os seguintes conjuntos de funções base:

- i) $\phi_0(x) = 1, \phi_1(x) = x, \phi_2(x) = f(x)$, em que f é a função escolhida na alínea a).
- ii) $\phi_0(x) = 1, \phi_1(x) = x, \dots, \phi_m(x) = x^m$, para alguns m .
- iii) uma outra escolha de funções ϕ_0, \dots, ϕ_m .

Apresente gráficos e comente os resultados.