

Duração: 90 minutos

1º teste C

**Justifique convenientemente todas as respostas!**

**Grupo I**

10 valores

1. Suponha que num teste de controlo de uma epidemia num aeroporto ocorre um falso negativo (o teste dá resultado negativo para um indivíduo doente) com probabilidade 0.02 e um falso positivo (o teste dá resultado positivo para um indivíduo não doente) com probabilidade 0.003. Sabe-se que a incidência na população da doença associada à epidemia é de 0.0001.

- (a) Qual é a probabilidade de que uma pessoa controlada nesse aeroporto (escolhida ao acaso) e cujo teste deu resultado positivo tenha de facto a doença? (3.0)

**Solução:** 0.0316

- (b) Sabendo que num dado período é controlado um grupo de 10 000 pessoas, qual é a probabilidade de haver no grupo pelo menos uma pessoa com a doença e cujo teste dê resultado negativo? (2.5)

**Solução:** 0.0198

2. As chegadas de clientes a uma loja ocorrem segundo um processo de Poisson de taxa 4 por hora.

- (a) Calcule a probabilidade de chegarem pelo menos 2 clientes à loja num período de meia hora. (2.5)

**Solução:** 0.5940

- (b) Determine a probabilidade de o primeiro cliente não chegar à loja durante os primeiros 18 minutos de funcionamento da mesma, sabendo que não chegaram clientes à loja nos primeiros 12 minutos de funcionamento. (2.0)

**Solução:** 0.6703

**Grupo II**

10 valores

1. Seja  $X$  a pressão (em Pa) de um gás num contentor, a qual se assume seguir uma distribuição normal, com desvio padrão 4 Pa.

- (a) Sabendo que o quantil de probabilidade 0.46 da variável aleatória  $X$  é igual a 20 Pa, determine o valor esperado de  $X$ . (2.0)

**Solução:** 20.4016 Pa

- (b) Em função da pressão do gás, pode haver necessidade de assegurar, com custos financeiros, condições de segurança adicionais. Assuma que: caso a pressão seja inferior a 20 Pa, não são necessárias medidas de segurança adicionais; se a pressão estiver entre 20 Pa e 32 Pa, as medidas de segurança adicionais custam 1 000 €; e, se a pressão for superior a 32 Pa, as medidas de segurança adicionais custam 5 000 €. Sabendo que o valor esperado de  $X$  é 20.4 Pa, determine o valor esperado dos custos associados às medidas de segurança adicionais. (2.5)

**Solução:** 547.4 €

2. Os números de vendas diárias de automóveis das marcas  $A$  e  $B$  num *stand* de automóveis são representados pelas variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$ , respetivamente. Sabe-se que a variável aleatória  $Y$  assume os valores 0 e 1 com igual probabilidade e que, além disso:

$x$	0	1	2
$P(X = x)$	0.50	0.14	0.36
$P(X = x Y = 0)$	0.44	0.16	0.40

- (a) Calcule a probabilidade aproximada de serem vendidos mais de 49 automóveis da marca *A* num período de 60 dias. Admita independência entre os números de vendas de automóveis nos diversos dias. (3.0)

**Solução:** 0.6443

- (b) Determine a função de probabilidade conjunta do par aleatório  $(X, Y)$ . (2.5)

$X \backslash Y$	0	1
<b>Solução:</b> 0	0.22	0.28
1	0.08	0.06
2	0.20	0.16