

Análise Matemática II

1º Semestre 2003/2004

3ª Teste - LEEC + LEGI Alameda

3 de Dezembro de 2003

Duração do Teste: 50 min

Apresente todos os cálculos e justificações relevantes

(cotação de cada pergunta: 5 valores)

Considere as funções definidas por

$$\rho(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{5}{2}},$$

$$f(t) = (t^2, -2t, \frac{2}{5}t^3),$$

$$g(s) = \frac{1 - \cos 3s}{s},$$

$$h(u, v) = \begin{cases} 2uv, & u > 0 \\ u^2 + v^2, & u \leq 0, \end{cases}$$

onde s, t, u, v, x, y, z são variáveis reais.

1. Mostre que $\nabla\rho = 0$ se e só se $x = y = z = 0$; calcule $(\rho \circ f)'(0)$.
2. Determine a matriz derivada da aplicação $f \circ \rho$ no ponto $(1, 0, 0)$.
3. Justifique que $g \circ \rho$ é uma função diferenciável em todo \mathbb{R}^3 .
4. Mostre que h é diferenciável em $\mathbb{R}^2 \setminus \{(u, v) : u = 0\}$ e também na origem. Há mais algum ponto na recta $u = 0$ onde h seja diferenciável?