

Algumas soluções do capítulo 2.

2.1

- a) Não é espaço linear.
- b) Não é espaço linear.
- c) Não é espaço linear.
- d) Não é espaço linear.
- e) Não é espaço linear.
- f) É espaço linear.
- g) Não é espaço linear.
- h) É espaço linear.
- i) É espaço linear.
- j) É espaço linear.
- k) É espaço linear.
- l) É espaço linear.
- m) É espaço linear.

2.4 a) Sim b) Não c) Sim d) Não

2.5 a) Não b) Sim c) Sim d) Não

2.6 a) Não b) Sim c) Sim d) Não

2.7 a) Sim b) Sim c) Não d) Sim

2.8 a) Não b) Sim c) Não d) Sim e) Sim

2.9 São combinações lineares os vectores das alíneas a) e d)

2.10 Os coeficientes da combinação linear são respectivamente a) 3, -4, 1 b) 4, 0, -2 c) 0, 0, 0 d) $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$.

2.11 Os coeficientes são os mesmos do exercício anterior.

2.12 a) Sim b) Não c) Não d) Não

2.13 a) Sim b) Não c) Sim d) Não

2.14 Não

2.16 a) i) Sim ii) Sim iii) Sim iv) Não

b) i) Sim ii) Sim iii) Sim iv) Sim

c) Resultados iguais aos da alínea a).

d) i) Não ii) Sim iii) Sim iv) Não v) Não vi) Sim vii) Não viii) Não.

2.17 a) São linearmente independentes

b) Os três vectores são coplanares.

c) O dois primeiros definem a mesma recta

d) Os três vectores estão sobre a mesma recta.

2.18 Para $\lambda \neq 1$ e $\lambda \neq -\frac{1}{2}$ os vectores formam um conjunto linearmente independente.

2.20 a) Dimensão é 1, Base é por exemplo $\{(1, 0, 1)\}$.

b) Dimensão é 2, Base é por exemplo $\{(0, -1, 0, 1), (-1, -1, 4, 0)\}$.

c) Dimensão é 3, Base é por exemplo $\{(-1, 0, 0, 1), (-3, 0, 1, 0), (4, 1, 0, 0)\}$

d) Dimensão é 0. e) Dimensão é 1, Base é por exemplo $\{(4, -5, 1)\}$.

2.21 a) $\{(-3, 0, 2), (1, 1, 0)\}$. b) $\{(0, -1, 1), (1, 0, 0)\}$

c) $\{(3, -2, 4)\}$

2.22 Base: $B = \{-1 + t^2 + t^3, -1 + t\}$ $\#B = 2$ dimensão do subespaço.

2.27 $r = 1$, Base de $col(A)$ é $\{(1, 3)\}$, Base de $lin(A)$ é $\{(1, -4)\}$. b) $r = 2$, Base de $col(A)$ é $\{(1, 2, 0), (-1, 3, -2)\}$, Base de $lin(A)$ é $\{(1, 2, 0), (0, 0, 1)\}$.

c) $r = 3$, Base de $col(A)$ é formada pelas três primeiras da matriz, Base de $lin(A)$ é $\{(1, 0, 0, 2, \frac{5}{3}), (0, 1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, 0, -\frac{1}{3})\}$

nota- Neste exercício calculei as bases do espaço das colunas realizando uma simplificação máxima (método de Gauss-Jordan), estas linhas dão-nos imediatamente as equações do sistema já preparado para explicitar as variáveis dependentes em função das variáveis livres.

2.28 a) e b) A base é o conjunto indicado, a dimensão é 3. c) A base é o conjunto indicado, a dimensão é 4.

2.29 a) $\{1 - t + 5t^2 + t^3, -2 + 3t + t^2, 4t + 2t^2 - 3t^3\}$ dimensão é 3.

b) $\{(1, 0, 1, 1), (-3, 3, 7, 1)\}$

c) $\left\{ \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right\}$

2.30 a) Possível e determinado.

b) Impossível.

c) Possível e indeterminado, grau de indeterminação 2.

d) Possível e indeterminado, grau de indeterminação 7.

e) Impossível.

f) Possível e indeterminado, grau de indeterminação 4.

g) Possível e determinado.

2.33

a) $S = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} w \rightarrow (6, 4)$

b) $S = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} w \rightarrow (\frac{1}{7}, \frac{4}{7})$

c) $S = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} w \rightarrow (-\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$

2.34 a) $(2, 1, -1)$ b) $(-1, 2, 1)$ em certas colecções de exercícios surgem, por gralha dois exercícios 2.34

2.34 $p(t) = \frac{1}{4}(1 + 2t - 3t^2 + 6t^3)$

2.35 As componentes de w na nova base são $(\frac{1}{4}, -1, 0, 1)$.

2.36 $S = \begin{bmatrix} -1 & 1 & & \\ 1 & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{bmatrix}$ as componentes na nova base são $(-1, 1, -1, 3)$.

2.37 $S = \begin{bmatrix} 0 & \frac{8}{3} & \frac{17}{3} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} & -\frac{5}{2} \\ -\frac{1}{4} & -\frac{5}{6} & -\frac{1}{12} \end{bmatrix}$ As componentes de w na base B' são

$(\frac{57}{2}, -\frac{31}{12}, \frac{1}{3})$, a matriz usada nos cálculos é $S^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{9}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{17}{12} & -\frac{17}{12} \\ \frac{1}{3} & \frac{5}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$.

2.38 $S = \begin{bmatrix} -\frac{15}{2} & \frac{19}{2} & -\frac{13}{2} \\ \frac{11}{2} & -\frac{11}{2} & \frac{7}{2} \\ 7 & -7 & 5 \end{bmatrix}$ As componentes de w na base B' são

$$\left(-\frac{23}{12}, -\frac{253}{12}, -\frac{167}{6}\right), \text{ a matriz usada nos cálculos é } S^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{5}{12} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{6} \end{bmatrix}.$$