

Análise Complexa e Equações Diferenciais

Ficha de Trabalho da 1ª Aula Prática

O plano complexo e a sua geometria

1. Escreva uma expressão para cada um dos números complexos da forma $re^{i\theta}$:

$$(i) i^3, \quad (ii) 1 - i, \quad (iii) \sqrt{2}(1 + i), \quad (iv) \sqrt{3} - i, \quad (v) 2 - 2\sqrt{3}i,$$

$$(vi) (1 - i)(-1 - i), \quad (vii) (1 - i)^{-1}, \quad (viii) (\sqrt{3} - i)/(1 + i), \quad (ix) (1 + \sqrt{3}i)^3.$$

2. Escreva uma expressão para cada um dos números complexos da forma $x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$):

$$(i) e^{\pi i/4}, \quad (ii) 5e^{-\pi i}, \quad (iii) 2e^{3\pi i/2}, \quad (iv) e^{4\pi i/3}, \quad (v) e^{7\pi i/6}.$$

3. Calcule, para $n = 1, 2, 3, \dots$,

$$(i) i^n, \quad (ii) \left(\frac{1 - i}{1 + i}\right)^n, \quad (iii) (1 + i)^n + (1 - i)^n.$$

4. Determine as soluções das equações seguintes:

$$(i) 1 + z + \dots + z^7 = 0,$$

$$(ii) (1 - z)^6 = (1 + z)^6,$$

$$(iii) 1 - z + z^2 = 0,$$

$$(iv) 1 - z^2 + z^4 - z^6 = 0.$$

5. Esboce os seguintes subconjuntos de \mathbb{C} dados por:

$$(i) |z + 2| = 6, \quad (ii) |z - 3i| = |z + i|, \quad (iii) \operatorname{Im}(z + i) < 2, \quad (iv) |z + 21| \geq 2,$$

$$(v) |z - 1 + i| \geq |z - 1 - i|, \quad (vi) \operatorname{Im} [(z + i)/2i] < 0, \quad (vii) \operatorname{Re} z \neq 0, \quad (viii) (\sqrt{3} - i)/(1 + i),$$

$$(ix) (1 + \sqrt{3}i)^3, \quad (x) 1 < |z - 1| < 2, \quad (xi) |z|^2 > z + \bar{z}.$$