

## Análise Complexa e Equações Diferenciais

Cursos: LeMat, LeAmb, MEBiol, MEQ

### Ficha de Trabalho 12

1. Determine a solução geral de cada uma das seguintes equações:

(a)  $y^{(3)} - 2y^{(2)} = 0$ ,

(d)  $y^{(2)} - 2y' - 3y = \cos t$ ,

(b)  $(D+2)^2(D^2-2D+5)^3(D-1)y = 0$ , (e)  $y^{(4)} + y = t + e^{2t} \cos t$ ,

(c)  $D^3(D^2+1)y = 0$ ,

(f)  $y^{(2)} - 2y' + y = te^t$ .

2. Determine a solução do PVI

$$y^{(4)} - y^{(3)} + 1 = b(t),$$

$y(0) = y'(0) = y^{(3)}(0) = 0$ ,  $y''(0) = 1$ , quando

(a)  $b(t) = 0$ ;

(b)  $b(t) = t$ ;

(c)  $b(t) = e^t$ .

3. Considere a equação

$$y^{(4)} + 2y^{(3)} + y^{(2)} = 1 + \sin t. \quad (1)$$

(a) Determine a solução geral da equação homogénea associada a (1).

(b) Determine uma solução particular de (1).

(c) Determine a solução de (1) que verifica as condições iniciais  $y(0) = y'(0) = y''(0) = y^{(3)}(0) = 0$ .

4. Considere a equação

$$y^{(3)} - 2y'' - 7y' - 4y = 0.$$

Calcule a sua solução geral e determine as condições iniciais em  $t_0 = 0$  tais que a solução tem limite quando  $t \rightarrow \infty$ .

5. Determine a solução da equação diferencial

$$y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{1 + e^{-t}}$$

que verifica as condições iniciais  $y(0) = y'(0) = 1$ .

6. Determine os valores de  $c \in \mathbb{R}$  para os quais a equação

$$y'' - 2cy' + y = 0$$

tem uma solução periódica não nula.