Instituto Superior Técnico
Departamento de Matemática
Secção de Álgebra e Análise

Análise Complexa e Equações Diferenciais

Ficha de Trabalho da 5ª Aula Prática

1. Calcule os integrais
   (a) $\int_\gamma \frac{\cos z}{z^3}\,dz$, onde γ é a curva $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1\}$ percorrida no sentido negativo;
   (b) $\int_\gamma \frac{z\,\mathrm{sh}\,z}{(z^2-1)^2}\,dz$, onde γ é a curva $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 2\}$ percorrida no sentido positivo;
   (c) $\int_\gamma \frac{z\,\mathrm{ch}\,e^{i\pi z}}{z^3-4z^2}\,dz$, onde γ é a curva $\{z \in \mathbb{C} \mid |z-2| = 3\}$ percorrida no sentido positivo;
   (d) $\int_\gamma \frac{1}{z^3}\cos\frac{\pi}{z+1}\,dz$, onde γ é a curva $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| = \frac{1}{2}\}$ percorrida no sentido negativo.

2. Determine a série de Maclaurin indicando domínio de validade.
   (a) e^{-z^2};
   (b) $z^2/(1+z)^2$;
   (c) $1/(1-z^3)^2$;
   (d) $\frac{1}{z^2-2z-3}$;
   (e) $\sqrt{1-z^2}$;
   (f) $z\cos^2 z$;

3. Determine a série de Taylor na vizinhança de z_0 indicando o domínio de validade.
   (a) $\frac{1}{z^2-5z+6}$, $z_0 = 1$;
   (b) $(z+1)\cos^2 z$, $z_0 = -1$;
   (c) $\log(z^2+2z+2)$, $z_0 = -1$.

4. Seja f uma função holomorfa em $\mathbb{C}$ tal que $f(z) = f(z+2\pi)$ e $f(z) = f(z+2\pi i)$ para cada $z \in \mathbb{C}$. Mostre f é constante.