

ANÁLISE COMPLEXA E EQUAÇÕES DIFERENCIAIS  
TESTE 2B - 7 DE JUNHO DE 2008 - DAS 11H ÀS 12:30H

**Apresente e justifique todos os cálculos**

- [1,5 val.] 1. Determine a solução do problema de valor inicial indicando o intervalo máximo de definição.

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\operatorname{sen} t}{2 + 2y}, \quad y(0) = 0.$$

- [1,5 val.] 2. Determine a solução da equação seguinte que satisfaz  $y(1) = 2$ .

$$4xy^3 + 3x^2y^2 \frac{dy}{dx} = 0$$

Sug: A equação é redutível a exacta com um factor integrante  $\mu = \mu(x)$ .

3. Considere a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

- [1,0 val.] (a) Determine a solução geral da equação diferencial  $\mathbf{y}' = A\mathbf{y}$ .

- [1,5 val.] (b) Determine a solução geral da equação  $\mathbf{y}' = A\mathbf{y} + \begin{pmatrix} 0 \\ e^t \end{pmatrix}$ .

- [1,5 val.] 4. Determine a solução geral da equação diferencial

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} = 1 + te^t.$$

5. Considere o problema de Neumann

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= u & \frac{\partial u}{\partial x}(t, 0) &= 0, & \frac{\partial u}{\partial x}(t, 1) &= 0 \\ t > 0, \quad 0 < x < 1, & & u(0, x) &= x. \end{aligned}$$

- [1 val.] (a) Determine a série de cosenos de  $u(0, x)$ .

- [1 val.] (b) Resolva o problema.

- [1 val.] 6. Determine a solução de

$$\frac{d^2y}{dt^2} - 2t \frac{dy}{dt} - 2y = 0,$$

que satisfaz  $y(0) = 1, y'(0) = 0$ . Sug: Considere funções definidas por séries de potências.