Análise Matemática IV

Electrotecnia (excepto Telecomunicações) e Gestão
Exercício teste para a semana de

13 de Março de 2000

Exercício. Seja $z = x + iy$ com $x, y \in \mathbb{R}$. Define-se para $x > 0$

$$f(z) = \frac{1}{2}\log(x^2 + y^2) + i \operatorname{arctg} \frac{y}{x}.$$

1. Use as condições de *Cauchy-Riemann* para mostrar que f é diferenciável.
2. Mostre que $\overline{f}$, a função conjugada de f não é diferenciável.
3. Exprime $f'(z)$ em termos de z.
4. Mostre que $e^{f(z)} = z$ para $\Re(z) > 0$.
5. Determine o contradomínio de f.