

8ª ficha de exercícios de Mecânica Geométrica

30 de Abril de 2002

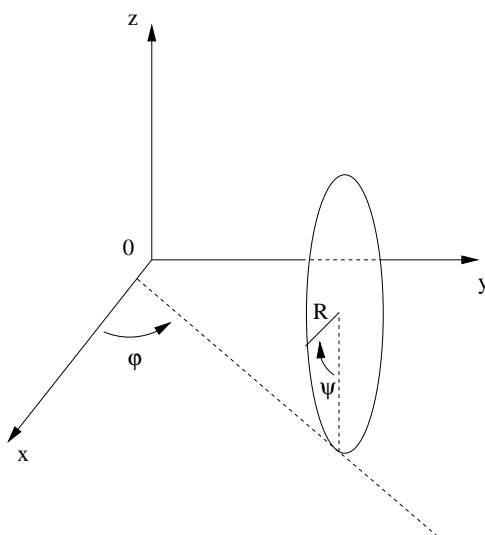
1. Mostre que se a distribuição Σ é dada localmente pelos núcleos das formas $\omega^1, \dots, \omega^{n-m}$,

$$\Sigma = \ker(\omega^1) \cap \dots \cap \ker(\omega^{n-m}),$$

então Σ é integrável sse

$$d\omega^i \wedge \omega^1 \wedge \dots \wedge \omega^{n-m} = 0$$

para $i = 1, \dots, n - m$.



2. Uma roda de raio R rolando no plano xOy sem escorregar define no espaço de configurações $Q = S^1 \times S^1 \times \mathbb{R}^2 \ni (\varphi, \psi, x, y)$ a restrição

$$\Sigma = \ker(dx - R \cos \varphi d\psi) \cap \ker(dy - R \sin \varphi d\psi).$$

- Mostre que se trata de uma restrição não holónoma.
- Mostre que existe um caminho compatível com esta restrição unindo dois quaisquer pontos do espaço de configurações.
- Supondo que a energia cinética da roda é dada por

$$K = \frac{I}{2} \dot{\psi}^2 + \frac{J}{2} \dot{\varphi}^2 + \frac{M}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2)$$

escreva as equações do movimento e resolva-as. Qual o significado físico da força de reacção?