

Análise Matemática IV

Problemas para as Aulas Práticas

Semana 11

1. Calcule as transformadas de Laplace e as regiões de convergência das funções definidas em $t \geq 0$ pelas expressões seguintes:

(a) $f(t) = \text{ch}(at)$

(b) $f(t) = t \text{sen}(at)$

(c) $f(t) = e^{at} \cos(bt)$

(d) $f(t) = \frac{\text{sen}(t)}{t}, (t > 0)$

2. Calcule a inversa da Transformada de Laplace de

(a) $(s^2 - 1)^{-2}$

(b) $6(s^4 + 10s^2 + 9)^{-1}$

(c) $\frac{s + 1}{s^2 + s - 6}$

(d) $\frac{1}{(s + 1)^4}$

3. Utilizando a Transformada de Laplace resolva os seguintes problemas de valor inicial:

a) $y'' - y' - 6y = 0, y(0) = 1, y'(0) = -1$

b) $y'' + \omega^2 y = \cos(2t), \omega^2 \neq 0, y(0) = 1, y'(0) = 0$

c) $y'' + 2y' + 2y = h(t), y(0) = 0, y'(0) = 1$ sendo

$$h(t) = \begin{cases} 1 & \text{se } \pi \leq t < 2\pi \\ 0 & \text{se } 0 \leq t < \pi \text{ e } t \geq 2\pi \end{cases}$$

4. Designa-se por δ a função de Dirac com suporte na origem. Utilizando a transformada de Laplace resolva os seguintes problemas de valor inicial:

a) $y'' + 2y' + 2y = \delta(t - \pi), y(0) = 1, y'(0) = 0$

b) $y'' + y = \delta(t - \pi) - \delta(t - 2\pi), y(0) = 0, y'(0) = 0$

c) $y'' + y = \delta(t - \pi) \cos t, y(0) = 0, y'(0) = 1$