

## Combinatória e Teoria de Códigos 1º Teste

28 de Abril de 2010

(Justifique cuidadosamente todas as suas respostas.)

1. Considere o código linear ternário  $C$  com a seguinte matriz de paridade

$$H = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} .$$

- (a) (3 val.) Determine, justificando, os parâmetros  $[n, k, d]$  do código  $C$ .
- (b) (2 val.) Calcule uma matriz geradora de  $C$  na forma canónica.
- (c) (3 val.) Descreva um algoritmo de descodificação incompleta para  $C$  que permita corrigir todos os erros simples e, usando esse algoritmo, descodifique os seguintes vectores recebidos  
 $y = 110120$ ,  $z = 102000$  e  $w = 120110$ .
2. Seja  $C$  um código linear binário perfeito de comprimento  $n$  e distância mínima  $d(C) = 2t + 1$ .
- (a) (3 val.) Mostre que os chefes de classe de  $C$  são precisamente os vectores de  $\mathbb{F}_2^n$  de peso menor ou igual a  $t$ .
- (b) (3 val.) Seja  $\widehat{C}$  o código obtido de  $C$  acrescentando um dígito de paridade. Mostre que qualquer chefe de classe de  $\widehat{C}$  tem peso menor ou igual a  $t+1$ .
3. Sejam  $C_1$  e  $C_2$  códigos lineares binários de comprimento  $n$  e considere o código  $C_1 * C_2$  (construção de Plotkin).
- (a) (2 val.) Escreva uma matriz geradora de  $C_1 * C_2$  em termos de matrizes geradoras  $G_1$  e  $G_2$  de  $C_1$  e  $C_2$ , respectivamente.
- (b) (2 val.) Escreva uma matriz de paridade de  $C_1 * C_2$  em termos de matrizes de paridade  $H_1$  e  $H_2$  de  $C_1$  e  $C_2$ , respectivamente.
- (c) (2 val.) Para  $C_1 = \text{Ham}(3, 2)$  e  $C_2$  o código de repetição binário de comprimento 7, determine os parâmetros  $[n, k, d]$  de  $C_1 * C_2$  e escreva uma matriz de paridade para este código.