

## Combinatória e Teoria de Códigos 1º Teste

13 de Abril de 2011

**Duração: 1h 30m**

(Justifique cuidadosamente todas as suas respostas.)

1. Seja  $C$  o código linear, sobre  $\mathbb{F}_3 = \{0, 1, 2\}$ , com a seguinte matriz de paridade

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

- (a) (1,5 val.) Determine, justificando, os parâmetros  $[n, k, d]$  do código  $C$ .  
(b) (1,5 val.) Determine uma matriz geradora de  $C$ .  
(c) (3 val.) Mostre que  $C$  corrige todos os erros simples de amplitude 1 e ainda os erros duplos da forma

$$\begin{array}{cccc} aa000000, & 0aa00000, & 00aa0000, & 000aa000, \\ 0000aa00, & 00000aa0, & 000000aa & \text{e } a000000a, \end{array}$$

com  $a \in \{1, 2\}$ .

- (d) (2 val.) Descodifique os seguintes vectores recebidos

$$y = 11111112 \quad \text{e} \quad z = 11211200.$$

2. Seja  $C$  um código binário, linear e auto-dual.

- (a) (2 val.) Mostre que, se os pesos de  $x, y \in C$  são múltiplos de 4, então o peso de  $x + y$  também é um múltiplo de 4.  
(b) (3 val.) Mostre que ou todas as palavras de  $C$  têm peso um múltiplo de 4, ou metade tem peso um múltiplo de 4 e a outra metade tem peso par mas não divisível por 4.  
(c) (2 val.) Mostre que  $\vec{1} = (1, \dots, 1) \in C$ .  
(d) (2 val.) Se o código  $C$  tem comprimento 6, determine a distância mínima  $d(C)$ .

3. (3 val.) Sem escrever as palavras de código, determine o número de palavras de peso 4 no código de Hamming binário estendido  $\widehat{\text{Ham}}(3, 2)$ .