

Combinatória e Teoria de Códigos

2º Teste – 4 de Junho de 2013

Duração: 1h 30m

(Justifique cuidadosamente todas as suas respostas.)

1. (6 val.) Seja C um código cíclico binário e seja $g(t) \in \mathbb{F}_2[t]$ o seu polinómio gerador. Decida se cada um dos seguintes códigos é sempre cíclico. Em caso afirmativo, indique o polinómio gerador. Em caso negativo, dê um contra-exemplo.

- (a) O código dual C^\perp ;
- (b) a extensão por paridade \widehat{C} ;
- (c) o pontuado $\overset{\circ}{C}$;
- (d) o subcódigo $\{x \in C : w(x) \text{ é par}\}$;
- (e) o código soma $C \oplus C$.

2. Considere o código cíclico ternário de comprimento $n = 11$ com polinómio gerador

$$g(t) = 2 + 2t + t^2 + 2t^3 + t^5 \in \mathbb{F}_3[t].$$

- (a) (1 val.) Escreva uma matriz geradora do código.
- (b) (2 val.) Codifique sistematicamente o vector mensagem $m = 011001$.
- (c) (2 val.) Sabendo-se que este código tem distância mínima $d = 5$, qual a percentagem de erros de peso 2 que o Algoritmo Caça ao Erros corrige?
- (d) (3 val.) Descodifique o vector recebido $y = 01122201000$.

3. (3.5 val.) Seja C um código cíclico de comprimento 3 sobre \mathbb{F}_4 . Mostre que ou C é um código trivial (i.e. $C = \{\vec{0}\}$ ou $C = \mathbb{F}_4^3$) ou um código Reed-Solomon. Indique os parâmetros e os polinómios geradores destes códigos.

4. (2.5 val.) Mostre que se existe um sistema de Steiner $S(t, k, v)$, então também existem sistemas de Steiner $S(t - i, k - i, v - i)$, para $0 < i < t$.