

Combinatória e Teoria de Códigos

Teste 2 – 11 de Junho de 2015

Duração: 1h 30m

- **Justifique cuidadosamente todas as suas respostas.**
- **Não é permitido o uso de máquinas calculadoras, telemóveis, nem de outros elementos de consulta.**

1. Seja $C = \text{Ham}(2, 4)$.

- (0,5 val.) Justifique que C é um código MDS.
- (2,5 val.) Escreva o polinómio enumerador de pesos do código C .

2. (a) (2 val.) Factorize $t^8 - 1$ no produto de polinómios irredutíveis em $\mathbb{F}_3[t]$.

[Sugestão: Verifique que $t^4 + 1 = (t^2 + t + 2)(t^2 + 2t + 2)$ em $\mathbb{F}_3[t]$.]

- (2 val.) Determine o número de códigos cíclicos sobre \mathbb{F}_3 de comprimento 8 e dimensão 3.

3. Seja C o código linear binário com a seguinte matriz geradora

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} .$$

- (3 val.) Justifique que C é um código cíclico e determine o seu polinómio gerador.
- (2 val.) Determine o polinómio de paridade de C e decida se C é auto-ortogonal.
- (3 val.) Sabendo que C corrige todos os erros- m acumulados com $m \leq 2$, descodifique o vector recebido

$$y = 1111110 ,$$

usando o Algoritmo Caça ao Erro Acumulado.

4. Sejam C_1 e C_2 códigos lineares sobre \mathbb{F}_q com o mesmo comprimento tais que $C_1 \cap C_2 \neq \{0\}$. Em cada uma das seguintes alíneas, demonstre ou dê um contra-exemplo:

- (2 val.) Se C_1 e C_2 são códigos cíclicos, a intersecção $C_1 \cap C_2$ é um código cíclico.
- (3 val.) Se C_1 e C_2 são códigos Reed-Solomon, a intersecção $C_1 \cap C_2$ é um código Reed-Solomon.