Análise Matemática III
1^{o} semestre de 2002/2003

Exercício teste 10: (a entregar na semana de 25/11/2002)

(Superfície de revolução) Seja M uma superfície de revolução obtida por rotação em torno do eixo Oz, de uma curva no plano xOz que não intersecta o eixo de rotação. Seja

$$\gamma(t) = (r(t), 0, h(t)), \quad t \in I$$

uma parametrização injectiva dessa curva no plano xOz, onde r e h são funções de classe C^1 num intervalo $I \subset \mathbb{R}$, $r(t) > 0$ e $r'(t)$ e $h'(t)$ não se anulam simultaneamente.

a) Quais as variedades obtidas quando

   i) $\gamma(t) = (\sin t, 0, \cos t), \quad t \in]0, \pi[$;

   ii) $\gamma(t) = (1, 0, t), \quad t \in \mathbb{R}$;

   iii) $\gamma(t) = (t, 0, t), \quad t \in]0, +\infty[$.

b) Mostre que a aplicação $g : I \times]0, 2\pi[\to M$ definida por

$$g(t, \theta) = (r(t)\cos\theta, r(t)\sin\theta, h(t)),$$

é uma parametrização de M.

Sugestão: Utilize o facto que, para $a, b \neq 0$, os vectores $a(\cos\theta, \sin\theta)$ e $b(-\sin\theta, \cos\theta)$ são linearmente independentes em $\mathbb{R}^2$.

c) Determine o espaço tangente a M num ponto da forma $(0, r(t), h(t))$ (i.e. quando $\theta = \frac{\pi}{2}$) e dê uma base deste espaço para cada um dos exemplos de a) num ponto com $t = \pi/2$.