

## Análise Matemática III

### 1º semestre de 2002/2003

**Exercício teste 11:** (a entregar na semana de 2/12/2002)

Um fabricante de bolas de rugby produz bolas elipsoidais cuja superfície se pode descrever pelo conjunto

$$E_{(a,c)} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1\},$$

onde  $a, c > 0$  são parâmetros que podem ser escolhidos pelo fabricante.

- a) A massa das bolas concentra-se praticamente só na sua superfície e, por essa razão, pode ser descrita por uma densidade efectiva de massa por unidade de área definida em  $E_{(a,c)}$  por

$$\sigma(x, y, z) = c \left( \frac{c^2}{a^2}(x^2 + y^2) + \frac{a^2}{c^2}z^2 \right)^{-1/2}.$$

Calcule a massa das bolas.

- b) Restrições no processo de fabrico obrigam a que os parâmetros  $a, c$  estejam relacionados pela equação  $a^2 + 2c^2 = 1$ . Determine para que valores de  $a$  e  $c$  se obtêm as bolas mais pesadas.