

## Análise Matemática III

### 1º semestre de 2002/2003

**Exercício teste 2** (a entregar na aula prática da semana de 30/9/2002)

1) Mostre que o seguinte conjunto

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = \frac{z^2}{n}, |z| < 1, n \in \mathbb{N}\}$$

tem medida nula em  $\mathbb{R}^3$ .

2) Seja  $I \subset \mathbb{R}^3$  o intervalo  $I = ]0, 1[ \times ]0, 2[ \times ]0, 2[$  e seja  $s : I \rightarrow \mathbb{R}$  a função em escada definida por

$$s(x, y, z) = \begin{cases} 2 & 0 < x < 1/2, 0 < y < 1, 0 < z < 1 \\ 3 & 0 < x < 1/2, 0 < y < 1, 1 < z < 2 \\ 5 & 0 < x < 1/2, 1 < y < 2, 0 < z < 2 \\ 1/2 & 1/2 < x < 1, 0 < y < 2, 0 < z < 1 \\ \pi & 1/2 < x < 1, 0 < y < 2, 1 < z < 2 \end{cases}$$

a) Calcule  $\int_I s$ .

b) Se  $s$  tiver unidades de densidade de massa, por exemplo  $Kg/m^3$ , e se os comprimentos, i.e.  $x, y, z$ , estiverem expressos em  $m$ , em que unidades vem dado este integral ?