

Análise Matemática III

1º semestre de 2002/2003

Exercício teste 5: (a entregar na semana de 21/10/2002)

1. (*Espiral logarítmica*)

Considere a espiral logarítmica definida pela parametrização

$$g(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

Esta curva pode ser decomposta em segmentos de $t=2n\pi$ até $t=2(n+1)\pi$ com $n \in \mathbb{Z}$. Qual o rácio entre o comprimento de um destes segmentos e o comprimento do segmento anterior?

2. (*Curva de Viviani*)

Considere o cilindro $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + (y - 1/2)^2 = 1/4\}$ e a esfera unitária $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$.

a) Esboce a curva Γ de intersecção destas duas superfícies.

b) Calcule a massa de um filamento metálico com a configuração de Γ , sabendo que a densidade de massa por unidade de comprimento

$$\text{é } f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{1+y}}.$$