

Análise Matemática III 1º semestre de 2006/2007

Exercício teste 4 (a entregar na aula prática da semana de 9/10/2006)

Considere a meia bola

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 < R^2; z > 0\}.$$

- a) Usando uma mudança de coordenadas para coordenadas esféricas, calcule a coordenada \bar{z} do centroide de D . (Observação: por simetria as coordenadas \bar{x} e \bar{y} são obviamente ambas iguais a 0).
- b) Usando coordenadas cilíndricas (ρ, θ, y) à volta do eixo Oy (ou seja: $z = \rho \cos \theta$, $x = \rho \sin \theta$, $y = y$), escreva uma expressão na forma de um integral triplo $\int \int \int d\rho d\theta dy$ para o momento de inércia de D relativo ao eixo paralelo ao eixo Oy que passa pelo ponto $(0, 0, 3R/8)$, usando uma densidade de massa por volume de D dada pela expressão:

$$\frac{x^2 + y^2}{R^2}.$$