

## Análise Matemática IV

### 2º semestre de 2000/2001

#### Exercício-teste 4

Seja  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  dada por

$$f(z) = \bar{z} + cx \quad \text{para qualquer } z = x + yi \in \mathbb{C},$$

e em que  $c$  é uma constante complexa. Sejam  $C_1$  e  $C_2$  duas curvas unindo os pontos  $-i$  e  $i$  (com esta orientação), em que  $C_1$  une  $-i$  a  $i$  pelo segmento de recta e  $C_2$  une  $-i$  a  $i$  pela semicircunferencia de raio 1 que pertence ao semiplano  $\operatorname{Re} z \geq 0$ .

- (a) Calcule  $\int_{C_1} f(z) dz$  e  $\int_{C_2} f(z) dz$ .
- (b) Indique o (único) valor de  $c$  para o qual o integral ao longo de qualquer curva simples unindo  $-i$  a  $i$  (com esta orientação) não depende da curva. Justifique convenientemente a resposta.