

Análise Matemática IV

1º Semestre de 2001/2002

Exercício-teste 12

1. Calcule todas as soluções estacionárias (i.e. independentes de t) da equação não homogênea

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \text{sen}(x).$$

Mostre que uma das soluções calculadas satisfaz as seguintes condições fronteira:

$$\begin{cases} u(t, 0) = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial x}(t, \frac{\pi}{2}) = 0 \end{cases}$$

2. Determine todos os valores (reais) de β para os quais o seguinte problema (equação diferencial ordinária, linear homogênea com condições na fronteira):

$$\begin{cases} X'' - \beta X = 0 \\ X(0) = X'(\frac{\pi}{2}) = 0 \end{cases}$$

não tem solução única. Para esses valores determine a respectiva solução geral.

3. Resolva o problema.

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \text{sen}(x) \\ u(t, 0) = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial x}(t, \frac{\pi}{2}) = 0 \\ u(0, x) = 2\text{sen}(x) + 3\text{sen}(5x) \end{cases}$$

($t \geq 0, x \in [0, \frac{\pi}{2}]$).

(**Sugestão:** use a alínea **1.** para tornar a equação homogênea e (só) depois considere o método de separação de variáveis.)