

# Variedades diferenciáveis

14 de Abril de 2010

1. Considere o conjunto  $M = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 : z = e^{x^2+y^2}, w = \cos(xy)\}$ .
  - (a) Mostre que  $M$  é variedade e indique a sua dimensão.
  - (b) Calcule o espaço tangente e o espaço normal a  $M$  no ponto  $(0, 0, 1, 1)$ .
2. Seja  $B$  o conjunto  $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = x + y + z = 1\}$ .
  - (a) Mostre que  $B$  é variedade e indique a sua dimensão.
  - (b) Determine o espaço tangente e o espaço normal a  $B$  no ponto  $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 1 - \sqrt{2})$ .
3. Considere a curva
$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 - z^2 = 1, 3x + 4y - 5z = 0, xy < 0\}.$$
  - (a) Mostre que  $C$  é variedade e determine a sua dimensão.
  - (b) Escreva a equação cartesiana do plano ortogonal à curva  $C$  no ponto  $(\frac{4}{5}, -\frac{3}{5}, 0)$ .
4. Considere o conjunto  $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = xy\}$ .
  - (a) Mostre que  $B$  é variedade e indique a sua dimensão.
  - (b) Determine os pontos de  $B$  em que o espaço tangente é horizontal.