1. Verifique se o método de separação de variáveis pode ser usado nas seguintes equações às derivadas parciais para reescrevê-las à custa de um sistema de equações diferenciais ordinárias.

$$a)\quad xu_{xx} + u_t = 0 \qquad b)\quad u_{xx} + u_{xt} + u_t = 0 \qquad c)\quad \big[p(x)u_x\big]_x - r(x)u_{tt} = 0$$

2. Encontre a solução do problema de condução de calor:

$$\begin{aligned} &100u_{xx} = u_t \quad 0 < x < 1, \quad t > 0 \\ &u(0,t) = 0, \quad u(1,t) = 0, \quad t > 0 \\ &u(x,0) = \sin(2\pi x) - \sin(5\pi x), \quad 0 \leq x \leq 1 \end{aligned}$$

3. Um cilindro de alumínio de 20 cm é inicialmente uniformente aquecido a uma temperatura de 25°C. No instante $t = 0$, um dos extremos do cilindro é arrefecido a 0°C enquanto que o outro extremo é aquecido a 60°C e ambos são depois mantidos a estas temperaturas. Encontre a distribuição de temperaturas em qualquer instante $t > 0$ e a distribuição de temperaturas no regime estacionário.

4. Considere um cilindro de comprimento 40 cm e com uma distribuição de temperaturas inicial $u(x,0) = \sin(\pi x/40)$, $0 < x < 40$. Suponha que $a^2 = 1$ e que ambos os extremos do cilindro estão termicamente isolados. Calcule a distribuição de temperaturas em qualquer instante $t > 0$ e a distribuição de temperaturas no regime estacionário.

5. Se uma corda elástica está solta numa das extremidades, a condição fronteira a ser aí satisfeita é $u_x = 0$. Encontre o deslocamento $u(x,t)$ de uma corda elástica presa em $x = 0$ e solta em $x = L$, posta em movimento sem velocidade inicial a partir da posição inicial $u(x,0) = f(x)$, onde f é uma função dada.

6. Encontre a solução da equação de Laplace no rectângulo $0 < x < a$ e $0 < y < b$ com as condições fronteira:

$$\begin{aligned} &u(0,y) = k(y), \qquad u(a,y) = f(y), \qquad 0 < y < b \\ &u(x,0) = h(x), \qquad u(x,b) = g(x), \qquad 0 < x < a \end{aligned}$$

onde k, f, h e g são funções dadas.