

1. Encontre o desenvolvimento de McLaurin de

$$a) \frac{1}{4-2z} \quad b) \frac{1}{(1+2z)^2} \quad c) \frac{z}{(1-z)^3} \quad d) e^{-2z} \quad f) ze^{-z^2} \quad g) \sinh(z)$$

indicando o raio de convergência.

2. Encontre o desenvolvimento de Taylor de

$$a) e^z; \quad z_0 = 3i \quad b) (z-1)e^{-3z}; \quad z_0 = 1 \quad c) \frac{1+z}{1-z}; \quad z_0 = i \quad d) \cos(z); \quad z_0 = \pi/4$$

indicando o raio de convergência

3. Encontre os desenvolvimentos de McLaurin de

$$a) \frac{i}{(z-i)(z-2i)} \quad b) \frac{z-7}{z^2-2z-3}$$

4. Calcule a série de McLaurin de

$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt$$

5. Encontre a série de Laurent de

$$a) \frac{e^z}{z-1} \quad \text{em } 0 < |z-1| \quad b) z \cos \frac{1}{z} \quad \text{em } 0 < |z|$$

6. Encontre a série de Laurent de

$$\frac{1}{z(1-z)^2} \quad \text{válido em } 0 < |z| < 1 \quad \text{e em } |z| > 1$$

7. Mostre que $z = 0$ é uma singularidade removível das seguintes funções e dê uma definição dessas funções em $z = 0$ para que elas sejam holomorfas-

$$a) f(z) = \frac{e^{2z} - 1}{z} \quad b) g(z) = \frac{z^3 - 4z^2}{1 - e^{z^2/2}} \quad c) h(z) = \frac{\sin(4z) - 4z}{z^2}$$

8. Determine a ordem dos zeros das seguintes funções, usando uma série de McLaurin ou Taylor.

$$f(z) = z(1 - \cos^2(z)) \quad z = 0 \quad g(z) = z - \sin z \quad z = 0 \quad h(z) = 1 - e^{z-1} \quad z = 1$$

9. Determine a ordem dos polos das seguintes funções

$$f(z) = \frac{3z-1}{z^2+2z+5} \quad g(z) = \frac{1+4i}{(z+2)(z+i)^4} \quad h(z) = \frac{1}{1+e^z}$$

10. Mostre que há uma singularidade essencial nos pontos indicados

$$f(z) = z^3 \sin \frac{1}{z} \quad z = 0 \quad g(z) = (z-1) \cos \frac{1}{z+2} \quad z = -2$$