

1. Calcule a transformada de Laplace de

$$a) f(t) = t \cosh(at) \qquad b) g(t) = t^n e^{at}$$

2. A **Função Gama** (notação: Γ) é definida por

$$\Gamma(p+1) = \int_0^{+\infty} e^{-x} x^p dx$$

- (a) Mostre que o integral converge para cada $p \geq 0$.
- (b) Mostre que, para $p > 0$, $\Gamma(p+1) = p\Gamma(p)$
- (c) Mostre que $\Gamma(1) = 1$.
- (d) Para cada inteiro positivo n , mostre que $\Gamma(n+1) = n!$.
- (e) Mostre que, para $p > 0$

$$p(p+1)(p+2) \cdots (p+n-1) = \Gamma(p+n)/\Gamma(p)$$

3. Encontre a transformada de Laplace inversa de

$$a) \frac{3}{s^2+4} \quad b) \frac{4}{(s-1)^3} \quad c) \frac{2}{s^2+3s-4} \quad d) \frac{2s+2}{s^2+2s+5}$$
$$e) \frac{8s^2-4s+12}{s(s^2+4)}$$

4. Usando a transformada de Laplace, calcule as soluções dos seguintes PVI's

- a) $y'' - 4y' + 4y = 0 \quad y(0) = 1 = y'(0)$
- b) $y^{(4)} - 4y''' + 6y'' - 4y' + y = 0 \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1 \quad y''(0) = 0 \quad y'''(0) = 1$
- c) $y'' + \omega^2 y = \cos(\omega t) \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = 0$

5. Calcule a transformada de Laplace inversa de

$$a) F(s) = \frac{e^{-2s}}{s^2+s-2} \quad b) F(s) = \frac{2(s-1)e^{-2s}}{s^2-2s+2}$$

6. Usando a transformada de Laplace, resolva o PVI

$$y'' + 3y' + 2y = u_2(t) \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 1$$