

Análise Matemática II, 1o. Semestre 2006-2007

1a. Lista de Exercícios (18 e 19 de Setembro)

(Cursos: LEA, LEM, LEAN)

I

1. Escrever as somas de Darboux superiores e inferiores da função constante, $f(x) = c$, relativamente a um intervalo $[a, b]$ ($a < b$). f é integrável em $[a, b]$? Em caso afirmativo, qual o valor desse integral?

2. Escrever as somas de Darboux superiores e inferiores da função identidade, $f(x) = x$, relativamente a um intervalo $[a, b]$ ($a < b$). Assumindo que f é integrável em $[a, b]$, qual o valor desse integral?

3. Escrever as somas de Darboux superiores e inferiores da função $f(x) = \sqrt{r^2 - x^2}$ ($r > 0$) relativamente ao intervalo $[-r, r]$. Será esta função integrável no intervalo considerado?

4. Calcular as somas de Darboux superiores e inferiores da função $d(x) = 1$, para x racional e $d(x) = 0$ para x irracional, relativamente a um intervalo $[a, b]$ ($a < b$). Conclusões?

II

1. Determine as primitivas das seguintes funções.

a) $\frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2} - 3\sqrt[5]{x^2}$ b) $\frac{x^3 - 2x^2 + 3}{\sqrt{x}}$ c) $x^4\sqrt{(x^2 - 1)^3}$

d) $x^3(x^2 + 1)^3$ e) a^x ($a > 0$) f) $\frac{x^2}{\sqrt{a^2 + x^3}}$

g) $\frac{x^3}{1 + x^4}$ h) $\frac{x}{1 + x^4}$ i) $e^x\sqrt{2 - e^x}$ j) $\frac{1}{a^2 + x^2}$

k) $\frac{1}{\sqrt{1 - 3x^2}}$ l) $\frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}}$ m) $\frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}}$

n) $\frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}}$ o) $\frac{1}{4 + (x - 3)^2}$ p) $\frac{1}{\sqrt{-x^2 + 2x + 3}}$

q) $\frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + 8}}$ r) $\frac{\arcsin(x)}{\sqrt{1 - x^2}}$ s) $\frac{e^{x+2}}{1 + e^x}$

t) $\frac{\ln(x)}{x(1 - \ln^2 x)}$ u) $(e^{2\cos(x)} + 1)\sin(x)$ v) $\frac{\sin(x)}{2 + 3\cos(x)}$

w) $\cot^2 x$

2. Indique duas primitivas de $f(x) = \frac{1}{x}$ que não difiram por uma constante no domínio de f . Será possível que duas primitivas de f em \mathbb{R}^+ não difiram por uma constante?

3. Primitive $\sin(ax)\cos(bx)$, $\sin(ax)\sin(bx)$ e $\cos(ax)\cos(bx)$ com base nos desenvolvimentos de $\sin(ax \pm bx)$ e $\cos(ax \pm bx)$.