

1. Determine os desenvolvimentos em série de Mac-Laurin das seguintes funções e diga aonde são válidos

a) $2 \sin(3x)$ b) e^{-x^2} c) a^x ($a > 0$) d) $\sinh(x)$ e) $\cosh(x)$

f) $\frac{1}{2-x}$ g) $\frac{1}{2+3x^2}$ h) $\frac{2x^3}{3-x^2}$ i) $\frac{1-x}{e^{x-1}}$ j) $\sin(x) \cos(x)$

k) $(1+x) \log(1+x)$ l) $\sin^2(x)$ m) $\cos^2(x)$

2. Determine as dez primeiras derivadas na origem de

$$x^2 \log(1-x^3)$$

3. Determine a soma das seguintes séries:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n}$ b) $\sum_{n=0}^{\infty} n x^n$ c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(n+3)!}$

4. Estabeleça os seguintes desenvolvimentos

a) $\log \frac{1+x}{1-x} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2x^{2n-1}}{2n-1}$ para $|x| < 1$

b) $\frac{x}{1+x-2x^2} = \frac{1}{3} \sum_{n=1}^{\infty} (1 - (-2)^n) x^n$ para $|x| < 1$

c) $\frac{12-5x}{6-5x-x^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \left(1 + \frac{(-1)^n}{6^n}\right) x^n$ para $|x| < 1$

5. Usando um polinómio de Taylor de grau 1, obtenha valores aproximados dos números seguintes, dando uma estimativa do erro cometido em cada caso:

a) $\sqrt[3]{28}$ b) $\sqrt[5]{33}$ c) $\log(1.003)$ d) $e^{-0.2}$

6. Esboce os gráficos de

a) $x + \cos(x)$ b) $\frac{\sin(2x)}{1 - \cos(2x)}$ c) $\log\left(\arctan\left(\frac{x+1}{x-2}\right)\right)$