Análise Matemática II, 1o. Semestre 2006-2007
11a. Lista de Exercícios (27 e 28 de Novembro)
(Cursos: LEA, LEM, LEAN)

1. Considere as seguintes funções, pontos e vectores:

$$(a) \quad f(x,y) = \log(x^2+y^2) \qquad (x_0,y_0) = (1,2) \qquad (v_1,v_2) = (1,1)$$

$$(b) \quad f(x,y) = x\cos\left(\frac{\pi}{y}\right) \qquad (x_0,y_0) = (3,1) \qquad (v_1,v_2) = (-1,2)$$

$$(c) \quad f(x,y) = \arctan(x^2y) \qquad (x_0,y_0) = (2,3) \qquad (v_1,v_2) = (2,-1)$$

$$(d) \quad f(x,y) = xy\,e^{x+y} \qquad (x_0,y_0) = (1,4) \qquad (v_1,v_2) = (-1,-1)$$

Para cada alínea,
(1) Calcule a aplicação linear derivada de f em (x_0,y_0);
(2) Escreva a equação do plano tangente ao gráfico de f no ponto (x_0,y_0);
(3) Calcule a taxa de variação de f no ponto (x_0,y_0), na direcção de (v_1,v_2).

2. Calcule $\frac{d}{dt}f\circ\gamma$ no ponto t_0, sabendo que:;

$$(1) \quad t_0 = 1, \qquad \gamma(t) = (2t,t^3), \qquad J^f_{(u,v)} = \begin{pmatrix} v+2u & u+2v \end{pmatrix}$$

$$(2) \quad t_0 = \pi, \qquad \gamma(t) = (\sin(t),\cos(t)), \qquad J^f_{(u,v)} = \begin{pmatrix} 2uv+v^2+1 & u^2+2uv+1 \end{pmatrix}$$

$$(3) \quad t_0 = 3, \qquad \gamma(t) = (t+1,\frac{1}{t}), \qquad J^f_{(u,v)} = \begin{pmatrix} v+ue^u & u+1 \end{pmatrix}$$

$$(4) \quad t_0 = 2, \qquad \gamma(t) = (t^2+1,t), \qquad J^f_{(u,v)} = \begin{pmatrix} v^2+2u & 2uv \end{pmatrix}$$

3. Escreva a equação do plano (ou recta) tangente à superfície (ou curva) no ponto indicado:

$$(a) \qquad x^2+y^2+z^2 = 9, \qquad (x_0,y_0,z_0) = (1,2,2)$$

$$(b) \qquad x^3+y^3+z^3 = 5xyz, \qquad (x_0,y_0,z_0) = (2,1,1)$$

$$(c) \qquad z^3+(x+y)z^2+x^2+y^2 = 13, \qquad (x_0,y_0,z_0) = (2,2,1)$$

$$(d) \qquad 2x^2+3y^2 = 35, \qquad (x_0,y_0) = (2,3)$$

$$(e) \qquad x^4+xy+y^2 = 19, \qquad (x_0,y_0) = (2,-3)$$

$$(f) \qquad xyz+x^2-2y^2+z^3 = 14, \qquad (x_0,y_0,z_0) = (5,-2,3)$$