Análise Matemática II, 1o. Semestre 2005-2006
4a. Lista de Exercícios (4 de Outubro)

(Cursos: LEM, LEMat, LEGM)

1. Calcule

$$\int_0^\pi \frac{\sin^3(x)}{2-\sin^2(x)}dx$$

2. Determine $\int_0^3 f(x)dx$, em que

a) $$f(x) = \begin{cases} x^2, \text{ se } 0 \leq x \leq 1 \\ 3x+1, \text{ se } 1 < x < 2 \\ \dfrac{1}{x}, \text{ se } 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

b) $$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{x+1}, \text{ se } 0 < x < 1 \\ x\log(x), \text{ se } 1 < x < 2 \\ \dfrac{e^x}{1+e^x}, \text{ se } 2 < x < 3 \end{cases}$$

3. Determine a área da região do plano $X0Y$ limitada por cada uma das seguintes curvas:

a) $y = e^x; \quad y = e^{-x}; \quad x = 0; \quad x = 2$

b) $y = \sin(x); \quad y = \cos(x); \quad x = 0; \quad x = \pi$

c) $y^2 = \dfrac{1}{x}; \quad y = 3 - 2\sqrt{x}$

d) $y^2 = 4 + x; \quad x + 2y = 4$

e) $y = x^2; \quad y = \dfrac{1}{2}x^2; \quad y = 2x$

f) $y^2 = x^2 - x^4$

4. Considere a função

$$f(x) = \int_2^x \frac{1}{\log t}dt, \quad x \geq 2$$

Prove que

$$f(x) = \frac{x}{\log x} + \int_2^x \frac{1}{\log^2 t}dt - \frac{2}{\log 2}$$

Determine a tal que

$$f(x) = \int_a^{\log x} \frac{e^t}{t} dt$$

5. Seja F uma função contínua e sejam a, b e c números reais com $c \neq 0$. Mostre que

$$\int_a^b F(x)dx = c \int_{\frac{a}{c}}^{\frac{b}{c}} F(cx)dx$$

6. Seja f uma função contínua e sejam a um número real. Mostre que se f é par

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx$$

Se f é ímpar

$$\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$$

7. Sendo ϕ diferenciável, f contínua e

$$h(x) = \int_{\phi(x)}^{\phi(x^3)} x^2 f(t)dt$$

calcule $h'(x)$. Supondo agora que ϕ e f são ímpares, mostre que f é par.

8. Calcular

$$\lim_{x \mapsto 0} \frac{\int_0^x \sin(t^3)dt}{x^4}$$