

Justifique as suas respostas e apresente os seus cálculos.

I. Determine a natureza dos seguintes integrais fazendo a distinção entre convergência absoluta e simples.

1.
$$\int_1^{\infty} \frac{4x^{17} + x^8 - 49}{57x^{32} + 5x^2 + \pi} dx$$

2.
$$\int_0^1 \frac{\sin(x)}{x} dx$$

II.

1. Usando um polinómio de MacLaurin de grau um, calcule um valor aproximado de

$$\sqrt[3]{126}$$

Estime o erro cometido nessa aproximação.

2. Escreva o desenvolvimento em série de potências de x da função

$$f(x) = x^2 \arctan(x^3)$$

Usando esse desenvolvimento, calcule as vinte primeiras derivadas na origem dessa função.

3. Esboce o gráfico da função

$$g(x) = x - \sin(x)$$

explicitando máximos e mínimos locais, intervalos de monotonia, pontos de inflexão e sentido das concavidades .

III.

1. Considere a função

$$h(x, y) = \frac{x^2 \sin(y) + y^2 \sin(x)}{x^2 + y^2}$$

Justificando a sua resposta, diga qual é o domínio desta função e em que pontos do domínio ela é contínua.

2. Caso exista, calcule

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 \sin(y) + y^2 \sin(x)}{x^2 + y^2}$$

3. Considere a elipse de equação

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$$

Escreva a distância de um ponto genérico (x, y) desta elipse à origem $(0, 0)$ em função da coordenada x . Dê as coordenadas dos vértices de um triângulo **equilátero** com um dos vértices na origem e dois nessa elipse.