

**Análise Matemática II, 1o. Semestre 2005-2006**  
**LEM, LEMat, LEGM**  
**1o. Teste - 10 de Outubro de 2005**

**Justifique as suas respostas**

1. Considere a função

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x \text{ é racional} \\ 0, & \text{se } x \text{ é irracional} \end{cases}$$

a) Escreva as somas de Darboux superiores e inferiores de  $f$  relativamente a uma decomposição,  $d$ , do intervalo  $[a, b]$  com pontos  $a = x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, x_n = b$  ( $0 < a < b$ ), simplificando as expressões obtidas.

b) Calcule os integrais superiores e inferiores de  $f$  em  $[a, b]$ .  $f$  é integrável em  $[a, b]$ ?

2. Primitiva as funções

$$f(x) = \frac{x}{(x^2 - 1)(x - 2)^2} \qquad g(x) = \arctan(\sqrt{x}) \qquad h(x) = x^2\sqrt{1 - x^2}$$

3. Calcule a área da região do plano  $XOY$  limitada pelas curvas:

$$y = \ln(x), \quad y = e^x, \quad y = -x + 1, \quad x = e$$

4. Sabendo que  $f$  é uma função contínua em  $\mathbb{R}$  e que verifica a condição:

$$\int_{e^x}^2 f(t) dt = x^2$$

determine  $f(3)$ .