

**Análise Matemática II, 1o. Semestre 2005-2006**  
**LEM, LEMat, LEGM**  
**Recuperação do 1o. Teste - 3 de Janeiro de 2006**

**Justifique as suas respostas**

1. Considere a função

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x \text{ é racional} \\ -x, & \text{se } x \text{ é irracional} \end{cases}$$

a) Escreva as somas de Darboux superiores e inferiores de  $f$  relativamente a uma decomposição,  $d$ , do intervalo  $[a, b]$  com pontos  $a = x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, x_n = b$  ( $0 < a < b$ ).

b) Calcule os integrais superiores e inferiores de  $f$  em  $[a, b]$ .  $f$  é integrável em  $[a, b]$ ?

2. Primitive as funções

$$f(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x^2 - 4)} \qquad g(x) = \cos(x) \sin(2x) \qquad h(x) = x^2 \sqrt{1 - x^2}$$

3. Calcule a área da região do plano  $XOY$  limitada pelas linhas:

$$y = \sin(x), \quad y = \cos(x), \quad x = \frac{\pi}{4}, \quad x = -\frac{3\pi}{4}$$

4. Sabendo que  $f$  é uma função diferenciável em  $\mathbb{R}$  e que verifica, para todo o  $x$  real, a condição:

$$\int_{f(x)}^2 e^t dt = x^2$$

determine  $f'(0)$ .