

Análise Matemática II, 1o. Semestre 2005-2006
LEM, LEMat, LEGM
Recuperação do 1o. Teste - 3 de Janeiro de 2006

Justifique as suas respostas

1. Considere a função

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x \text{ é racional} \\ -x, & \text{se } x \text{ é irracional} \end{cases}$$

a) Escreva as somas de Darboux superiores e inferiores de f relativamente a uma decomposição, d , do intervalo $[a, b]$ com pontos $a = x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, x_n = b$ ($0 < a < b$).

b) Calcule os integrais superiores e inferiores de f em $[a, b]$. f é integrável em $[a, b]$?

2. Primitive as funções

$$f(x) = \frac{x}{(x^2 + 1)(x^2 - 4)}$$

$$g(x) = \cos(x) \sin(2x)$$

$$h(x) = x^2 \sqrt{1 - x^2}$$

3. Calcule a área da região do plano XOY limitada pelas linhas:

$$y = \sin(x), \quad y = \cos(x), \quad x = \frac{\pi}{4}, \quad x = -\frac{3\pi}{4}$$

4. Sabendo que f é uma função diferenciável em \mathbb{R} e que verifica, para todo o x real, a condição:

$$\int_{f(x)}^2 e^t dt = x^2$$

determine $f'(0)$.