

Análise Matemática II, 1o. Semestre 2005-2006
LEM, LEMat, LEGM
Recuperação do 3o. Teste - 3 de Janeiro de 2006

Justifique as suas respostas

1. Sejam $f, g : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}$ funções definidas por

$$f(x, y) = \frac{xy^2}{x^4 + y^2} \quad g(x, y) = \frac{yx^2}{x^4 + y^2}$$

Mostre que existe $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$ mas não existe $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} g(x, y)$

2. Escreva uma equação do plano tangente à superfície

$$S = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + yz + z^2 + xy^2 = 2 \}$$

no ponto $(1, 1, -1)$.

3. Considere a função

$$f(x, y) = \log(xy - 1)$$

a) Qual é o domínio de f ? Indique, justificando, o conjunto dos pontos onde f é diferenciável.

b) Identifique a aplicação $f'(2, 1)$ e calcule as componentes de um vector v tal que a derivada ao longo desse vector v de f em $(2, 1)$ seja nula.

4. Calcule, caso existam, os máximos, mínimos e pontos de sela de

$$f(x, y) = x^4 + 3x^2y - y^3$$

5. a) Determine o polinómio de Taylor de segunda ordem, em torno do ponto $(0, 0)$, da função

$$f(x, y) = e^{\sin(xy)}$$

b) Use a alínea anterior para calcular

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{f(x, y) - 1 - (x + y)^2}{x^2 + y^2}$$