

## Trabalho de Matemática Computacional LCERC - LEE

Prazo de Entrega: 31 de Outubro de 2007

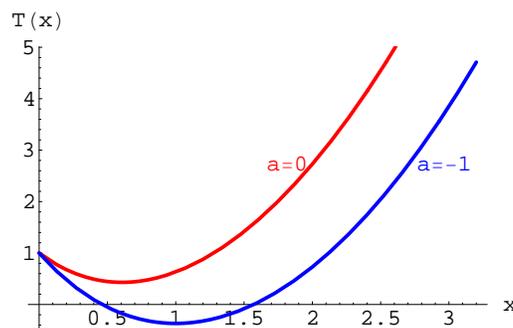
Limite de páginas para o relatório = 10.

**VERSÃO 1 (2007)**

A distribuição de temperaturas (em °C) ao longo de uma barra é dada pela seguinte função:

$$T(x) = x(x - 1) + ax - xe^{-x} + 1 \quad (1)$$

onde  $a$  é um parâmetro real,  $x \in [0, 3]$  (ver figura).



1. Verifique que, no caso  $a = 0$ , a temperatura não se anula em nenhum ponto da barra, enquanto que no caso  $a = -1$  anula-se em dois pontos. Justifique teoricamente. No caso de  $a = -1$  determine intervalos de comprimento 0.5 que contenham cada uma das soluções e não contenham a outra.
2. Verifique que o método de Newton converge, quando aplicado à determinação das raízes a que se refere a alínea anterior.
3. Escreva um programa que lhe permita, para cada uma das soluções consideradas na alínea anterior, obter uma aproximação com erro absoluto inferior a  $10^{-6}$ , aplicando o método de Newton.
4. Pretende-se agora determinar o valor  $a_0$  tal que, se  $a = a_0$ , a função  $T$  tem uma única raiz real em  $[0, 3]$ .
  - (a) Com esse fim, escreva um sistema de duas equações, no qual o valor de  $a_0$  procurado é uma das incógnitas. (Sugestão: para a função  $T$  ter uma única raiz real ela deverá anular-se simultaneamente com a sua derivada).
  - (b) No sistema de duas equações obtido, exclua a variável  $a_0$  e obtenha uma equação em ordem a  $x$ .

- (c) Recorrendo ao método de Newton, calcule numericamente a raiz da equação obtida, com erro absoluto inferior a  $10^{-6}$ . Através dela, determine o valor de  $a_0$ .
5. Pretende-se resolver a equação da alínea (4c) usando o método do ponto fixo com a função iteradora

$$g(x) = \frac{1}{x + xe^{-x}}. \quad (2)$$

- (a) Justifique que o método considerado converge para o valor procurado, desde que  $x_0 \in [0.75, 0.91]$ .
- (b) Escreva um programa que lhe permita obter a solução procurada pelo método do ponto fixo e use-o para calcular uma aproximação com erro absoluto inferior a  $10^{-6}$ .
- (c) Estude a ordem de convergência dos métodos considerados em (4c) e em (5b), com base nos resultados numéricos. Determine valores aproximados dos coeficientes assintóticos de convergência e compare-os com os valores que se obtêm de acordo com a teoria.

*Sugestão:* Calcule os quocientes

$$\frac{|z - x_{n+1}|}{|z - x_n|^p},$$

com os valores de  $p$  apropriados.