



Trabalho de Matemática Computacional
Licenciatura em Engenharia e Gestão Industrial
2º Sem. 07/08

Versão 1

Considere-se a trajetória de um projétil, disparado com uma velocidade inicial $v_0 = (v_{x,0}, v_{y,0})$, sendo as coordenadas dadas num sistema em que o eixo dos x é paralelo à superfície da terra e o eixo dos y é perpendicular à mesma (ver figura). Neste caso, o caminho percorrido pelo projétil ao fim do tempo t é dado pela fórmula:

$$l(t) = \int_0^t \sqrt{v_x(s)^2 + v_y(s)^2} ds,$$

onde $v_x(s) \equiv v_{x,0}$ e $v_y(s) = v_{y,0} - gs$, sendo $g = 9.8$.

1. Recorrendo ao Mathematica, obtenha a expressão de $l(t)$.
2. Pretende-se calcular o tempo decorrido (t) sabendo o caminho percorrido. No caso de $l(t) = 10$, $v_{x,0} = 10$, $v_{y,0} = 20$, determine um intervalo que contenha o valor de t e mostre que a solução é única. Utilize o método da secante para obter um valor aproximado com erro absoluto não superior a 10^{-10} . Calcule valores aproximados de t no caso de $v_{x,0} = 10$, $v_{y,0} = 20$, quando $l(t) = 10, 20, 30, 40$.
3. Comparando os erros das sucessivas iteradas, determine experimentalmente a ordem de convergência do método da secante neste exemplo.

OBS: Como não se conhece a solução, para calcular os quocientes $\frac{|e_{k+1}|}{|e_k|^p}$ $k = 1, 2, \dots, K-1$, toma-se a aproximação final t_{K+1} como sendo t ($t = t_{K+1}$).

4. Suponhamos que o projétil está sujeito a uma força horizontal, de intensidade variável, de tal modo que a componente horizontal da velocidade satisfaz a equação

$$v_x(t) = v_{x,0} e^{-at},$$

onde $a \in \mathbb{R}$ (quando $a = 0$ obtém-se o caso anterior).

- (a) Escreva as equações de $x(t)$ e $y(t)$ neste caso.
- (b) Escreva uma função que permita calcular a abcissa do ponto onde o projétil atinge o solo, dadas as componentes da velocidade inicial e o valor de a .
- (c) Trace os gráficos da trajetória do projétil (até este atingir de novo o solo), para $v_{x,0} = 10, v_{y,0} = 20$, com $a = 0, 0.5, 1, 1.5$.
- (d) Usando a função acima referida, pretende-se saber qual deve ser o valor de a para que o projétil atinja o solo no ponto de abcissa $x = 30$. Determine um intervalo que contenha a solução, mostre que a solução é única e utilize o método da bissecção para a determinar, com um erro absoluto inferior a 10^{-10} . Use os valores de $v_{x,0}, v_{y,0}$ acima considerados.