

Teoria das Categorias

Ficha de exercícios 3

Seja $S : D \rightarrow \text{Set}$ um functor representável, com objecto representante d . Defina-se uma categoria C acrescentando a D um objecto $*$ com a respectiva seta identidade e tal que, para cada objecto x de D ,

$$\begin{aligned}\text{hom}_C(*, x) &= S(x) \times \{x\} \\ \text{hom}_C(x, *) &= \emptyset.\end{aligned}$$

(O produto por $\{x\}$ serve apenas para garantir que os vários $\text{hom}_C(*, x)$ são disjuntos.) A composição $g \circ (f, x)$ de $(f, x) : * \rightarrow x$ e $g : x \rightarrow y$ é definida por

$$g \circ (f, x) = (S(g)(f), y).$$

1. Verifique que C é de facto uma categoria.
2. Mostre que há um isomorfismo natural $\text{hom}_C(*, I(-)) \cong \text{hom}_D(d, -)$, onde $I : D \rightarrow C$ é o functor de inclusão.
3. Explícite qual é a seta universal subjacente a este isomorfismo.