

## Ficha 4A

Análise Matemática II  
Curso LESIM, 1º Semestre de 2002/2003

**1-[7 val]** Determine a natureza dos seguintes integrais impróprios:

$$(a) \int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x} + x^3} dx \quad (b) \int_1^{+\infty} e^{-x^2} dx$$

**2-[8 val]** Determine as séries de Mac-Laurin das seguintes funções, e indique os respectivos intervalos de convergência:

$$(a) f(x) = e^x + e^{-x};$$

$$(b) g(x) = \frac{x}{(1-x)^2}.$$

**3-[5 val]** Considere uma sucessão  $u_n$  com valores em  $[0, 1]$  injectiva (i.e.  $u_m = u_n \Rightarrow m = n$ ). Seja  $f$  uma função definida em  $[0, 1]$  pela expressão:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{n} & \text{se } x = u_n \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Mostre que  $f$  é integrável em  $[0, 1]$  e calcule o integral

$$\int_0^1 f(x) dx$$

SUGESTÃO: Arrange uma sucessão de funções apropriadas que converjam uniformemente para  $f$ .