

Ficha 4B

Análise Matemática II
Curso LESIM, 1º Semestre de 2002/2003

1-[7 val] Determine a natureza dos seguintes integrais impróprios:

$$(a) \int_1^{+\infty} \frac{\log x}{x^2} dx \quad (b) \int_0^{+\infty} \arctg(x^2) dx$$

2-[8 val] Determine as séries de Mac-Laurin das seguintes funções, e indique os respectivos intervalos de convergência:

(a) $f(x) = \arctg(x^2)$;

(b) $g(x) = xe^{x+2}$.

3-[5 val] Considere uma sucessão u_n com valores em $[0, 1]$ injectiva (i.e. $u_m = u_n \Rightarrow m = n$). Seja f uma função definida em $[0, 1]$ pela expressão:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{n} & \text{se } x = u_n \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Mostre que f é integrável em $[0, 1]$ e calcule o integral

$$\int_0^1 f(x) dx$$

SUGESTÃO: Arrange uma sucessão de funções apropriadas que converjam uniformemente para f .